Росен Люцканов

Метафизични фигури: Лайбниц, Кант и Фреге

за отношението между математиката,

философията и природните науки

Настоящият текст си поставя задачата да скицира схематично очертанията на един процес на полагане на граници и разграничения, който обхваща цели три столетия: между края на XVII и края на XIX век. Основни действащи лица в него са три добре познати от историята на философията, достопочтенни фигури: Лайбниц, Кант и Фреге. Както ще видим, те имат решаващо влияние върху формирането на институционалната идентичност и концептуалното полагане на дисциплинарните разграничения между теоретичните науки, за което можем да твърдим, че остава практически непроменено до наши дни. Всъщност, поставилият началото на този процес Лайбниц е вероятно първият мислител в историята, който полага усилия не да разграничи, а да съгласува интелектуалните ресурси на математиката, физиката и метафизиката. Неговият неуспех, обаче, поставя началото на това движение, за което ще става дума по-долу. Но преди да пристъпим към разглеждането на философията на Лайбниц, нека видим в какъв контекст е формулиран неговия метафизичен проект.

В шеста книга на своята „Метафизика” (Met. E 1064a28-1064b5) Аристотел предлага концептуално-фундирано разграничение между предмета на дейност и сферите на валидност на трите фундаментални теоретични науки: физика, математика и теология: физиката изследва това, което не може да съществува без материя и има началото на промяната и движението в самото себе си (тоест, природните тела), математиката изследва това, което макар и да не може да съществува без материя, може да се разглежда (посредством акт на абстракция) отделно от нея, а следователно и като неизменно (тоест, числата и геометричните фигури), а теологията (наричана още „първа философия” или „метафизика”) изследва това, което съществува без материя и е неизменно (тоест, онзи сюблимен обект, който Аристотел обозначава с техническия термин „вечен първодвигател”). Това разграничение осигурява на теоретичните науки лишено от конфликти, но и от особена динамика мирно съсъществуване през следващите двадесет века. Ситуацията, обаче, се променя драматично по времето на Галилей, който поставя началото на историята на съвременната наука с цената на изличаването на утвърдените до този момент разграничения: той прилага древното учение за неизменното, математиката, в изследването на движенията на небесните и природните тела, пристъпвайки в резултат от това в пределите на суверенната територия на схоластичната философия. Последиците от това са добре известни: формирана е идеологията на съвременното математическо природознание, според която то не се нуждае от санкцията на догматичната философия. В резултат започва истинска интелектуална война, чийто край решава да постави един заклет умиротворител, известен под името Готфрид Вилхелм Лайбниц[1].

[1] В случая, разбира се, следвам прекрасния анализ на Стивън Тулмин от „Завръщане към разума” (2002).

Основният тезис във философията на Лайбниц (1646-1716) третира тъкмо взаимоотношенията между математиката и метафизиката в контекста на развитието на науката за природата. В една от най-пълните си формулировки (изложена в трактата *Specimen Dynamicum*) той гласи, че в изследването на природните явления „... освен чисто математически принципи, подчинени на въображението, трябва да бъдат допуснати определени възприемаеми единствено за ума метафизически принципи, така че известно по-висше и, така да се каже, формално начало да бъде прибавено към [математическото] понятие за материална точка, тъй като нито една истина, отнасяща се до телесни неща, не може да бъде изведена единствено от логически или геометрически аксиоми, по-точно от такива, отнасящи се до голямото и малкото, или фигурата и ситуацията, а трябва да бъдат добавени понятия като причина и следствие, или действие и претърпяване, за да можем да предложим съобразно с разума описание на реда на нещата”[2] (Leibniz 1989, 441). От това следва, че над природата законодателстват както математически принципи, които позволяват количественото й описание, така и метафизични постулати, които нормират концептуалната й артикулация: „В природата има нещо като царство в царството, така да се каже, двойно царство на разума и необходимостта, на [Платоновите] идеи и материалните частици ... ако се вгледате в материалната необходимост и наредбата на действащата причинност ще видите, че нищо не се случва без причина ... нищо не лежи отвъд механистичните математически закони; ако обаче се вгледате в златната верига на целите и сферата на идеите, която е част от интелигибилния свят, обаче, ще откриете ... че нищо не се случва без висше основание, тъй като Бог е едновременно най-висшата идея, първата действаща причина и целта или последното основание на вселената” (ibid, 409-410).

Това разбиране на Лайбниц за неизменната необходимост от позоваване на метафизични категории във всяко адекватно описание на природата е формулирано в противовес на идеите на двама негови изтъкнати съвременници: Декарт и Нютон. Наистина, според Лайбниц, неуспехите на Декартовата натурфилософия са неизбежно следствие от обстоятелството, че той лекомислено свежда понятието за тяло до атрибута протяжност, без да отчита обстоятелството, че приложимостта на метафизични категории като причинността в науката за природните тела не може да бъде гарантирана чрез позоваване на техни екстензионални характеристики: „Тъй като природата на тялото изобщо не беше добре позната, стана така, че някои изтъкнати философи на нашето време, свеждайки същността на тялото до протяжността, бяха принудени да се позовават на Бог не само за да обяснят връзката между душата и тялото, а също и въздействията на телата едно върху друго. Наистина, трябва да признаем, че не е възможно чистата протяжност, свързана единствено с геометрични понятия, да е способна да действа и претърпява действия (Leibnitz 1896, 684). От друга страна, според основния защитник на неговите възгледи Самюъл Кларк, Нютоновата натурфилософска система е основана върху

[2] Различни варианти на това твърдение могат да бъдат открити в почти всички съчинения на Лайбниц, писани в периода между 1676 и 1716 година: Преписката Лайбниц-Фуше (1676), За преумножаването на науките (ок. 1779-1780), За природата на телата и движещите сили (ок. 1779-1780), Елементи на естествената наука (1682-1684), Метафизическо разсъждение (1686), Елементи на разума (1686), Писмо до Арно (1686), Писмо по въпроса, дали същността на тялото се състои в протяжността (1691), Критични бележки към общата част на Декартовите „Начала” (1692), Specimen Dynamicum (1695), Tentamen anagogicum (ок. 1696), За произхода на нещата (1697), За самата природа, или силите и действията, вложени в сътворените неща (1698), Против варварството във физиката, в полза на реалната философия и срещу опитите за възобновяване на схоластическите качества и химерическите интелигенции (ок. 1699-1700), Приложение към „Нов опит върху човешкия разум” (1702), Преписката Лайбниц-Никола Ремон (1714-1715), Преписката Лайбниц-Кларк (1715-1716).

разбирането, че „доколкото метафизични следствия следват по необходимост от математически принципи, дотолкова математическите принципи могат да бъдат определяни като метафизични" (Leibniz 1989, 680). Изхождайки от разгледаната по-горе методологическа теза, Лайбниц отхвърля това твърдение, като посочва, че „според обичайния начин на изразяване, математическите принципи се отнасят само до математиката, тоест, до числата, фигурите, аритметиката и геометрията. Метафизичните принципи, от друга страна, се отнасят до по-общи понятия, например като това за причина и следствие" (ibid, 682).

В следствие от едновременната им приложимост в сферата на природознанието, математиката и метафизиката на Лайбниц започват да конвергират: метафизиката е математизирана, а на математиката са присвоени метафизични функции. Това най-ясно се вижда в едно от най-популярните му съчинения, „За универсалната характеристика" (ок. 1679), където числата са определени твърде показателно като „метафизични фигури": „Известно е древното твърдение, че Бог е "наредил всичко с мяра, брой и тегло" [Прем. 11: 21]. Но има неща, които не могат да бъдат претеглени ... има също неща, които нямат части, а следователно и мяра, но няма нищо, което да няма брой и следователно да не е подчинено на числото. Ето защо, то е, така да се каже, основната метафизична фигура, а аритметиката е някакъв вид статика на вселената, чрез която откриваме силите на нещата" (ibid, 221). Разбирането за математиката като своеобразна „статика на вселената" има определящо значение за философията на Лайбниц. Наистина, при него математическите аксиоми се превръщат от израз на определен тип съотношения между идеални обекти в същностна определеност на възможността за едновременното съсъществуване на нещата в света: „признавам, че времето, протяжността, движението и непрекъснатостта изобщо, така, както ги разбираме в математиката, са само идеални неща – тоест, те изразяват възможност, също като числата ... но пространството и времето, взети заедно, съставляват реда на възможностите на света като цяло" (ibid, 583-584). Аритметичните съотношения между числата и свойствата на фигурите, зададени посредством геометричните аксиоми, задават „реда на възможностите" на нещата в света, доколкото са валидни *за всяко нещо изобщо*. Това определя тяхното познавателно значение в контекста на Лайбницовото разбиране за същността на реалните определения (тоест, на онези определения, които за разлика от номиналните, чрез които въвеждаме езиково обозначение на ново понятие, ни дават реално познание за действителни неща). Според Лайбниц, „не можем да изградим солидно доказателство върху нито едно понятие, освен ако не знаем, че то е възможно, тъй като от невъзможно или противоречиво понятие могат да бъдат изведени взаимно противоречиви твърдения. Това е априорното основание, поради което възможността е предусловие за всяка реална дефиниция" (ibid, 231). Иначе казано, за Лайбниц трансценденталната логика (определяща определеността на всеки възможен обект на познанието) е *eo ipso* математическа, тъй като тъкмо математиката задава „реда на възможностите", с който трябва да бъде съгласувано всяко нещо на този свят[3]. С това концептуалния мизансцен е напълно готов, вече може да влезе нашият следващ герой, с чието име свързваме самото понятие за „трансцендентална логика".

[3] Ролята на философията на Лайбниц (и най-вече на късното му съчинение *Initia rerum mathematicarum metaphysica*) в развитието на трансцендентализма е разгледана, макар и попътно, но по наистина впечатляващ начин, в монографията на Винченцо де Ризи *Geometry and Monadology. Leibniz's Analysis Situs and Philosophy of Space* (2007).

Може да се твърди, че философията на Имануел Кант (1724-1804) представлява последователен опит за разрешаване на конфликта, забелязан по-рано от него от Лайбниц. Наистина, в едно от първите си съчинения („Физическа монадология", 1756) Кант констатира, че между математиката и метафизиката е налице противоречие, тъй като докато „първата властно отрича, че пространството е безкрайно делимо, то втората с обичайната си увереност утвърждава неговата безкрайна делимост. Геометрията твърди, че празното пространство е необходимо за свободното движение, докато метафизиката прогонва безмилостно тази идея" (Carson 1999, 630). Търсейки решение на проблема за съгласуването на постулираната от математиката безкрайна делимост на пространството и приетата от метафизиката негова атомарност, Кант стига до идеята за разграничаване на дискурсивната употреба на разума според понятия (философията) и интуитивната употреба на разума чрез построяване на понятия (математиката). Това разграничение е един от стълбовете, върху които е изградена неговата „Критика на чистия разум", а освен това то е генетично свързано с тезата, че математиката няма пряко отношение към ключовото трансцендентално понятие за *нещо изобщо*: „От всички нагледи не е даден *a priori* никой друг освен чистата форма на явленията, пространство и време; и едно понятие за тези като *quanta* може да се представи a priori в нагледа ... Но материята на явленията, чрез която в пространството и времето ни се дават нещата, може да се представи само във възприятието, следователно *a posteriori*. Единственото понятие, което представя *a priori* това емпирично съдържание на явленията, е понятието за нещо изобщо ... Синтетичните положения, които се отнасят до неща изобщо, чийто наглед съвсем не може да се даде *a priori*, са трансцендентални. Затова трансценденталните положения могат да се дадат *a priori* не чрез построяване на понятията, а само според понятия"[4] (Кант 1992, 661-662). Тук очевидно се вижда различието между неговия подход и този на Лайбниц: докато неговия предшественик разглежда математиката като универсална в онтологично отношение „статика", разкриваща общата определеност на понятието за нещо изобщо, Кант търси решение на проблема за координирането ѝ с метафизиката не чрез съчетаване, а чрез строго разграничаване на сферите на валидност. Както ще видим, обаче, този подход създава повече проблеми, отколкото е в състояние да реши.

В увода на своята „Критика на чистия разум", Кант признава съществуването на две чисти науки: математиката и физиката, които според него трябва да използваме като указание в търсенето на отговор на „истинската проблема на чистия разум": „как са възможни синтетични съждения *a priori*" (Кант 1992, 89-90). Важно е да отбележим в тази връзка, че в случая първата се счита за „съвсем чиста", докато втората е определена като „отчасти чиста", тъй като ѝ се налага „да държи сметка и за познавателни извори, различни от този на разума" (Кант 1992, 53). Но след като математиката единствена е „съвсем чиста", то само тя може да претендира с пълно право за аподиктична и универсална валидност, след като „необходимост и строга всеобщност значи са сигурните отличителни белези на всяко априорно познание" (Кант 1992, 76). Можем да се запитаме: това, че математиката е универсално валидна, не би ли трябвало да означава, че тя разкрива (макар и в квантитативна модалност) общата определеност на понятието „нещо изобщо" и с това достига пределната всеобщност на онтологичните

[4] Горното всъщност имплицира, че математиката не е в състояние сама да гарантира материалната истинност на своите твърдения, поради което се оказва епистемологично субординирана на философията. Прискърбните последици от приемането на това твърдение са достатъчно добре известни, затова няма да се спирам на тях.

категории? Отговорът на този въпрос според Кант е отрицателен, но за да разберем защо това е така, трябва да обсъдим накратко какво Кант разбира под общото название „математика". През по-голямата част от нейната дълга история, математиката е мислена според модела, зададен от Аристотел (Met. Δ 1020a7-14): това е науката за количеството (*poson*) и съответно се дели на две части: наука за делимото количество (*plethos*), или „аритметика" и наука за неделимото количество (*megethos*), или „геометрия". По времето на Кант, към това разделение е добавен трети елемент – алгебрата, която може да се разглежда едновременно като обобщение на аритметиката (чрез добавяне на променливи към аритметичните константи в символната алгебра) и на геометрията (чрез съотнасяне на алгебрични изрази на геометричните фигури в аналитичната геометрия).

Всъщност, нещата при Кант са дори още по сложни, тъй като според неговата концепция математиката е съставена не от три, а от цели четири последователни концептуални „пласта": 1. Пред-математически пласт, включващ така наречените „непосредствено достоверни положения" (*indemonstrabilia*), които отговарят приблизително на Евклидовите аксиоми (*koinai ennoiai*). Приведеният от самия Кант пример за такова положение е „Равни количества, прибавени към равни количества, дават равни количества" (Кант 1992, 245-246). Характерно за тях е, че са аналитично истинни (тъй като при тях „съзнаваме непосредствено" тъждеството на двата члена на равенството в съгласие с общо-логическия закон за непротиворечието, а не го „произвеждаме" синтетично чрез построяване в чистия наглед); 2. Аритметичен пласт, съставен от конкретни „числови формули", сходни с любимото му равенство „7 + 5 = 12". Този тип положения според Кант също не са собствено математически, тъй като макар и синтетични, не са общовалидни, а само „частични", поради което не заслужават статута на истински аксиоми (Кант 1992, 246); 3. Алгебричен пласт, при който боравим с „прости величини" и „съвършено се абстрахираме от естеството на предмета, който трябва да се мисли според такова понятие за величина" (Кант 1992, 659-660). В този пасаж, при това по твърде парадоксален начин, Кант геометризира алгебрата (за разлика от Декарт, който по-рано от него алгебризира геометрията), тъй като разглежда нейните „символични построения" по аналогия на „остензивните построения", използвани в геометричните доказателства: „след като също е отбелязала общото понятие за величините според различните им отношения, тя представя в нагледа според известни всеобщи правила всяка операция, чрез която величината се създава и изменя"[5] (Кант 1992, 660). Значението на това наглед странно, но наистина съдбовно решение ще стане ясно по-долу; 4. Геометричен пласт, обхващащ положения, изразяващи свойствата на фигурите, получени чрез „последователна синтеза на продуктивната способност за въображение". Едва този тип положения са собствено математически, доколкото „изразяват условията на априорния сетивен наглед, единствено чрез които условия може да се осъществи схемата на едно чисто понятие за външното явление: например между две точки е възможна само една права линия, две прави линии не включват пространство и т.н." (Кант 1992, 245).

[5] Без съмнение, това е един от най-озадачаващите пасажи в цялата Критика. Доказателство за това е факта, че той може да бъде интерпретиран по съвсем различни начини: например, Майкъл Фридман вижда в него доказателство, че Кант е формалист по отношение на математическото познание (Friedman 1985, 496), Филип Китчър приема, че той илюстрира същностното различие между аритметиката и алгебрата, която се основава на по-фундаментални свойства на формата на нагледа (Kitcher 1975, 36), а Лиза Шабел го интерпретира като опит за редуциране на символичните построения в алгебрата до остензивните в геометрията (Shabel 2006, 101). Бих искал да отбележа, че според мен последното тълкуване остава най-близко до текста, който беше приведен по-горе.

Въз основа на горното можем да обобщим, че универсално и априорно валидната математика се свежда обратно до три елемента: аритметика (която е математическа в несобствен смисъл, доколкото нейните формули не са общовалидни), алгебра (която се редуцира до геометрията) и геометрия (която е математическа в собствен смисъл, доколкото единствена има истински аксиоми, тоест, отнасящи се до построяването на предмети в чистия наглед априорно-синтетични положения[6]). Успяват ли тези три дяла на математиката да запазят метафизична неутралност, както изисква разграничението между дискурсивната и интуитивната употреба на разума? Отговорът на този въпрос определено е отрицателен. Първо, основното понятие на аритметиката (понятието „число") е обявено за „разсъдъчно" още в дисертацията на Кант, с което на практика е приравнено към категориите, които задават общите условия, при които можем да мислим всяко нещо изобщо (Кант 1998, 510-511). Така наглед спретнатото разграничение между различните употреби на разума изглежда разколебано още преди да бъде въведено. Наистина, тъй като в дванадесети параграф на дисертацията науката за числото е определена като „чиста интелектуална синтеза", то изглежда, че „аритметичните понятия могат да бъдат определени посредством чистите категории и по този начин да бъдат съотнесени с логическите форми, които задават условията на сетивността", с което да бъде поставено под въпроса учението за схематизма (Parsons 2004, 134). По-нататък, за алгебрата вече беше посочено, че тя се абстрахира от „естеството на предмета" и освен това борави с „всеобщи правила". Това я прави почти неразличима от така наречената „логика на общата употреба на разсъдъка", която също се абстрахира от всяко съдържание на познанието и излага общите и необходими правила на разсъдъка (Кант 1992, 131, 135). Според приведения по-горе пасаж, тъкмо това е причината, поради която алгебрата не ни дава достъп до трансцендентално-логическото понятие за „нещо изобщо": тя засяга само формата на предметността, но не ни дава априорен достъп до нейното емпирично съдържание. Поради това, тя неизбежно остава онтологично-неутрална. Всъщност, обаче, имаме основания да се съмняваме, че тук Кант е наистина последователен, тъй като в третата Критика той допуска възможността за априорно конструиране, при което схематизма на чистите категории на разсъдъка, осигуряващ тяхната връзка с формите на сетивността, не функционира пряко, а само по аналогия: „Всяка хипотипоза (изображение, *subiectio sub adspectum*) като сетивно въплъщение е двояко: или схематично, когато на едно понятие, което се постига от разсъдъка, се дава *a priori* кореспондиращият наглед; или символично, когато под едно понятие, което само разумът може да мисли и на което не може да съответствува никакъв сетивен наглед, се поставя един такъв наглед, с който начинът на действие на способността за съждение е само аналогичен на онзи, който тя съблюдава при схематизирането, т.е. се съгласува с него само според правилото на този начин на действие не според самия наглед, следователно само според формата на рефлексията, не според съдържанието ... ... такива са или думи или видими (алгебрически ...) знаци като прости изрази за понятия" (Кант 1980, 248-249). Накрая стигаме до геометрията. Въпросът с нейната метафизична неутралност също не изглежда докрай решен, тъй като Кант сам признава, че безусловната необходимост на съжденията ѝ не е абсолютна необходимост на нещата, за които се отнасят те, от което следва, че логическата необходимост един триъгълник да има три ъгъла, например, не обуславя онтологичната необходимост да

[6] Всички привеждани от Кант примери за математически аксиоми се отнасят еднозначно към геометрията: „Математиката, напротив, е способна на аксиоми, защото може да свърже *a priori* и непосредствено предикатите на предмета посредством построяването на понятията в нагледа на предмета, например, че три точки винаги лежат в една плоскост" (Кант 1992, 670).

съществува триъгълник. Ето защо, идеята, че геометрията ни дава едно „априорно понятие за нещо” се оказва само илюзия (Кант 1992, 577-578). От друга страна, обаче, за да гарантира кореспондентната истинност на своите твърдения, геометрията трябва да осигури наличието на предмети, които да им съответстват, без да може да разчита за това на философията, която вече е интернирана в друг дял от системата на чистия разум. Това показва, че опитът на Кант да разреши поставения от Лайбниц проблем за осигуряването на непротиворечивото съществуване на математиката и метафизиката е по-скоро неуспешен. Така стигаме до Фреге, който, както предстои да видим, ще разсече гордиевия възел, заплетен от неговите предшественици, без с това да намери изход от техните непреодолими затруднения.

Още в предговора на основния труд на Фридрих Лудвиг Готлоб Фреге (1848-1925) „Основи на аритметиката” се вижда, че той е на път да изостави демаркационната стратегия, завещана на философията от Кант. В него ясно се казва, че „всяко последователно изследване на понятието за число неизбежно се оказва доста тясно свързано с философията” (Frege 1960, xvii). За разлика от Кант, Фреге не е съгласен с това аритметиката да бъде сведена до съвкупност от „числови формули”, той търси законите, обосноваващи тяхната валидност, тъй като според него единствено по този начин може да бъде решен въпроса за това, дали те са аналитично или синтетично истинни (Frege 1960, 2). Не в това, обаче, е основната разлика между идеите на Кант и Фреге по отношение на аритметиката, както се вижда от известния 14 параграф на разглежданото произведение, обширен пасаж от който ще си позволя да приведа по-долу: „Емпиричните пропозиции са изпълнени за това, което е физически или психологически действително, докато истините на геометрията се отнасят за всичко това, което може да бъде предмет на пространствен наглед. Най-дивите видения на бълнуването, най-смелите измислици на мита и поезията, при които животните проговарят, а звездите застиват в небето ... всички те остават, докато допускат сетивен наглед, подчинени на аксиомите на геометрията. Понятийното мислене единствено може в известен смисъл да отхвърли тяхното иго, допускайки, да кажем, пространство с четири измерения, или с положителна кривина ... Можем ли да кажем същото за основните закони на науката за числото? Тук трябва само да се опитаме да отречем някоя от тях, за да се окажем напълно объркани. Самото мислене не изглежда вече възможно. Основата на аритметиката изглежда лежи по-дълбоко от тази на която и да е емпирична наука, дори от тази на геометрията. Истините на аритметиката се отнасят до всичко, което може да бъде броено. Това е най-широката област от всички, тъй като към нея принадлежи не само действителното, не само нагледно представимото, а всичко, което може да бъде мислено”[7] (Frege 1960, 20-21).

Първото, което прави впечатление в приведения пасаж е, че междувременно „понятийното мислене” очевидно е разколебало идеята за единството и единствеността на геометрията – освен отдавна познатото тримерно евклидовото пространство започват да се появяват странни пространства „с четири измерения”, или „с положителна кривина”. Тъй като нито едно от тях не може да бъде припознато като адекватен израз на априорните форми на чистия наглед, геометрията изглежда все по-близо до участта на физиката, която както вече стана дума, съвсем правомерно е обявена за едва „отчасти чиста”. По-нататък, благодарение на

[7] Това изглежда интуитивно достоверно: наистина, какво друго бихме могли да кажем за един въображаем розов хипопотам и един измислен син жираф (изключвайки утвърждаването на съдържателните определения, чрез които представата за тях е въведена в мисленето ни), освен това, че те са две несъществуващи същества?

перипетиите на математическия анализ, математиката става все по-логична, не по-малко логично последствие от което е Фрегевия логицизъм, или идеята, че аритметиката може да бъде сведена до умозаключителните форми на логиката. При това, самата идея за въпросното свеждане се появява благодарение посочването на универсалната валидност на аритметиката: всеобщо валидни са само аналитично-истинните твърдения, следователно тъкмо всеобщата валидност на истините на аритметиката ги изобличава като логически истини. Наистина, „основните пропозиции, на които се основава аритметиката, не са приложими само към ограничена област, чиито особености те изразяват, също както аксиомите на геометрията изразяват особеностите на това, което е в пространството; по-скоро, тези основни пропозиции се отнасят до всичко, което може да бъде помислено. Ето защо, без съмнение имаме основание да припишем подобни крайно общи пропозиции на логиката" (Frege 1971, 142).

Така изолираният от Кант пред-математически пласт, който същевременно може да бъде определен като логически, доколкото умозаключава според закона за непротиворечието без нужда от построяване в нагледа, вече заплашва да погълне цялата математика. С това нагледния характер на математиката постепенно избледнява и в резултат тя става изцяло формална както по външен вид, така и по съдържание. Следствие от това е факта, че целия трансцендентален подход към обосноваването на математическото познание губи своята основна опорна точка – очевидно нагледния характер на математическия начин на мислене. Накрая, това дава възможност аритметиката и символната алгебра да бъдат освободени от прокрустовото ложе, в което някога ги е натикал Кант. Аритметичните променливи, са дефинирани в областта на „това, което може да бъде броено", а тя на свой ред съвпада с областта на „това, което може да бъде мислено". С това предмет на аритметиката се оказва тъкмо (трансцендентално-) логическото понятие *нещо изобщо*. Това е ясно посочено от Фреге, според когото „ако аритметиката е независима от всички конкретни свойства на нещата, това трябва също да се отнася до нейните градивни блокове: те трябва да имат чисто логическа природа" (Frege 1971, 142). Подобен ход се оказва възможен, тъй като самото съдържание на числовите формули се конституира не благодарение на схематизма на чистия разсъдък (тоест, посредством неговия вграден метод за из-образяване на чистите понятия), а на формално-аксиоматичната експликация на техните свойства. Вероятно тук е мястото да отхвърлим едно възможно и дори наглед естествено възражение: нима формалната аритметика не говори не за „неща", а за „числа"? Ако тъкмо отношенията между числа, зададени чрез определен тип операции върху тях, съставляват предмета на аритметиката, с какво основание можем да я интерпретираме като теория, изясняваща свойствата на понятието „нещо изобщо"?

По повод на този въпрос трябва да бъде посочено, че според Фреге аритметичните формули, които са изпълнени само за определени субституции на участващите в тях променливи наистина не изразяват понятия с „логическа природа". Формулата '$x > 0$', например, изразява понятието „положително число", тъй като тя е истинна тогава и само тогава, когато на мястото на променливата 'x' поставим произволно положително число. Същото, обаче, не се отнася за универсално валидни формули от вида '$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$'[8]. Тъй като според Фреге са аналитично истинни и следователно сводими до логически истини, те трябва да се отнасят до

[8] Разбира се, за подобна формула може да се твърди, че е универсално валидна, само ако затворим очите си за съществуването на недистрибутивни алгебрични системи. По силата на това обстоятелство, търсенето на онези наистина универсални математически формули, в които Фреге съзира някаква „логическа природа", всъщност е съвсем нетривиална задача.

предмет, който има „чисто логическа природа”. Въз основа на приведения по-горе текст става ясно, че по силата на всеобщата им валидност този предмет може да бъде само понятието „нещо изобщо”. Наистина, както показва следния показателен пасаж от късно полемично произведение на Фреге, публикувано през 1907 година, числовите променливи обозначават тъкмо понятия (аритметични или логически), а не числа: „да помислим за употребата на буквите в математиката. Същността им е напълно различна от тази на номералите ‘2’, ‘3’ и т.н., както и на знаците, изразяващи релации като ‘=’ и ‘>’. С тях съвсем не се цели да бъдат означени числа, релации, или някаква функция, а по-скоро да се придаде общност на съдържанието на пропозициите, в които те участват ... Не по-малко погрешно е да смятаме, че буквата ‘a’ веднъж означава числото 2, а друг път – друго число или дори няколко числа едновременно. Тя изобщо не е предназначена да обозначава число ... Не можем да кажем също, че в пропозицията ... тя играе ролята на неопределено число ... По-скоро, в случая тя означава понятие ...” (Frege 1971, 66-68). Основание за този извод предоставя обстоятелството, че за разлика от Кант, който познава само частично валидни числови формули, Фреге борави със символично обобщени изрази, в които напълно отсъстват индивидни константи. Поради това, традиционното разбиране, според което математическите изрази се отнасят до конкретен тип обекти (аритметичните – до прекъснатото, геометричните – до непрекъснатото количество), се оказва напълно отхвърлено. В резултат, пътят за разглеждането на математиката като парадигма на една обща теория на понятието „нещо изобщо” изглежда открит. Имайки предвид този извод, нека се опитаме да резюмираме пътя, изминат до тук.

Границите между теоретичните науки са експлицитно положени още от Аристотел в неговата „Метафизика”. Те успяват да просъществуват цели двадесет века, докато експанзията на математизираното природознание не ги поставя под въпрос. Лайбниц се опитва да възстанови хармонията в отношенията между математиката, физиката и метафизиката, но с това само допълнително метафизицира формалния език на чистата математика. Кант наследява теоретичната дилема на Лайбниц и се опитва да я реши не чрез съгласуване, а чрез разграничаване. Това отново се оказва не твърде удачен ход, тъй като изгонената през вратата на философията математика непрекъснато напира да се върне обратно през вратата и при това трудно може да бъде отблъсната, най-малкото поради универсалната валидност на нейните положения, която ги поставя на едно ниво с трансценденталните постулати, задаващи определеността на всяко нещо, което може да бъде предмет на сетивен наглед. Фреге прави стъпка назад към Лайбниц, като елиминира трансцендентално-логическата проблематика и вместо това постулира онтологичната универсалност на математическите закони. С това той разбира се не намира решение на изходния проблем, защото сега напълно логицизираната математика изглежда напълно откъсната от емпиричното природознание, за чието развитие вече е допринесла[9]. Това подсказва, че „Аристотеловия рай” (в случая си позволявам да перифразирам Хилберт), в който всеки аспект на теоретичния разум е имал своето място, вече е напълно недостижим. Вместо да скърбим за него, обаче, трябва да приемем, че част от най-интересните събития в историята на философията вече се случват извън нейните граници, тъй като еманципиралите се от опитите за трансценденталното им фундиране математика и природни науки продължават да обогатяват нашето разбиране за най-общата структура на съществуващото.

[9] Благодаря на Кристиян Енчев, който в дискусията след доклада ми демонстрира необходимостта от това уточнение.

Кант, И. 1998. За формата и принципите на сетивния и интелигибилния свят. В: *Избрани произведения: 1755-1770*. София: Университетско издателство „Св. Климент Охридски”

Кант, И. 1992. *Критика на чистия разум*. София: Издателство на БАН.

Кант, И. 1980. *Критика на способността за въображение*. София: Издателство на БАН

Carson, E. 1999. Kant on the Method of Mathematics. *Journal of the history of philosophy*, 37: 4.

Frege, G. 1971. *On the Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic*. trans. by Eike-Henner and W. Kluge. New Haven: Yale University Press.

Frege, G. 1960. *The foundations of arithmetic. A logico-mathematical enquiry into the concept of number*. trans. by J. L. Austin, second revised edition. New York: Harper & Brothers.

Friedman, M. 1985. Kant’s Theory of Geometry. *Philosophical Review*, 94: 4.

Kitcher, Ph. 1975. Kant and the Foundations of Mathematics. *Philosophical Review*, 84: 1.

Leibnitz, G. W.1896. *New Essays Concerning Human Understanding*. trans. by A. G. Langley. New York: Macmillan.

Leibniz, G. W. 1989. *Philosophical Papers and Letters*, trans. by L. Loemker (second ed.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Parsons, Ch. 2004. Kant’s Philosophy of Arithmetic. In: *Mathematics in Philosophy. Selected Essays*. Ithaca: Cornell University Press.

Shabel, L. Kant’s philosophy of mathematics. In: Guyer, P. (ed.) 2006. *The Cambridge Companion to Kant and Modern Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press.